

**INSTITUTO SUPERIOR DE PROFESORADO N. 4-  
ANGEL CARCANO  
RECONQUISTA**

**PLAN DE CATEDRA**

**ASIGNATURA: FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES**

**PROFESOR: ROBERTO VILLAMAYOR**

**SECCION : MATEMÁTICA.**

2007

**PLAN DE CATEDRA - PLAN DECRETO N:**

---

**ASIGNATURA: FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES.**

---

**NIVEL: TERCER AÑO**

**MODALIDAD DE CURSADO : ANUAL**

---

**CARGA HORARIA: 6 HS/SEMANA**

**TOTAL: 6 Hs/Sem x 30 Sem/Año: 180 HS ANUALES**

**PORCENTAJE DE HORAS EN LA CARRERA: 180 Hs /4928 Hs : 3.6 %**

---

**PRE-REQUISITOS FORMALES**

Para poder CURSAR esta asignatura se requiere tener regularizada “álgebra lineal y geometría analítica” y “matemática discreta y teoría de números” . Para RENDIR debe tenerlas aprobadas.

**PRE-REQUISITOS FUNCIONALES**

Además de los requisitos reglamentarios precitados, y a fin de obtener un mejor aprovechamiento del curso, se *sugiere* antes de su inicio:

- 1) Un buen repaso de: Espacios vectoriales, transformaciones lineales, lógica.
- 2) Tener buen manejo de PC (Windows, utilitarios (Matlab o Derive) e Internet).

**POST-REQUISITOS**

La REGULARIZACION de esta asignatura es un requisito previo para poder CURSAR: Ecuaciones diferenciales.

## **FUNDAMENTACION:**

“La Matemática ha de ser lo suficientemente amplia en sus contenidos como para tornarse significativa y funcional para la totalidad de los estudiantes cualquiera sea la orientación por ellos elegida, y lo suficientemente rigurosa como para dar al alumno una comprensión más profunda de los contenidos y métodos de esta disciplina, posibilitando una aplicación autónoma de los mismos, a la vez que para acceder a conocimientos más complejos”

A través del Cálculo de Varias Variables se amplían y profundizan los conceptos de límite, derivada e integral para funciones escalares y vectoriales, además se muestra lo adecuado del lenguaje algebraico para encarar problemas Geométricos y Físicos. Además, el uso del software MATLAB (DERIVE) permite la resolución de problemas con alta dificultad imposibles de realizar manualmente.

## **OBJETIVOS DE LA MATERIA.**

Al finalizar el curso el alumno podrá justificar y calcular límites de funciones vectoriales. Por medio del Límite justificará la diferenciabilidad e integrabilidad de las mismas funciones. Además podrá resolver problemas de aplicación de derivadas e integrales. La notación es básicamente matricial y vectorial.

-----  
-

### **UNIDAD 1.**

#### **DIFERENCIABILIDAD DE FUNCIONES ESCALARES.**

Espacio vectorial Euclideo. Geometría de las funciones con valores escalares. Dominio, recorrido. Conjuntos de nivel: líneas y superficies. Esquemas de  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  y graficación con Derive, WinPlot o Mathemática. Topología en  $\mathbb{R}^n$ : Disco abierto, conjunto abierto, frontera, conjunto cerrado. Límite de funciones:  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Unicidad de los límites. Teoremas del álgebra de límites de funciones. Continuidad de:  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Teoremas del álgebra de la continuidad de funciones. Composición de funciones continuas.

### **UNIDAD 2.**

#### **DIFERENCIACION.**

Derivadas parciales. Las derivadas parciales no aseguran la continuidad. Diferenciabilidad de funciones de  $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . La matriz diferenciabilidad. Plano tangente. Gradiente de  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ . Teorema que asegura la diferenciabilidad en función de las derivadas parciales. Teoremas sobre el álgebra de derivadas. La derivabilidad y la composición de funciones, Reglas de la cadena. Gradientes y derivadas direccionales. Derivada direccional. Expresión de la derivada como producto escalar entre el gradiente y el versor de dirección. Análisis de la derivada direccional en función del producto escalar. Derivadas parciales iteradas. Teorema sobre la igualdad de las derivadas parciales mixtas.

### **UNIDAD 3.**

#### **FUNCIONES CON VALORES VECTORIALES.**

Funciones vectoriales de una variable real. Operaciones algebraicas. componentes. Límites derivadas e integrales. Aplicaciones a las curvas. Tangencia. Aplicaciones al movimiento curvilíneo: velocidad, rapidez y aceleración. Vector tangente unitario, normal principal y plano osculador a una curva. Longitud de arco. Función longitud de arco. Curvatura de una curva. Plano normal y recta tangente a una curva en  $\mathbb{R}^3$ . Los vectores velocidad y aceleración en coordenadas polares. Campos vectoriales. Ejemplos. Representación. Línea de flujo de un campo vectorial. Divergencia y rotacional de un campo vectorial. Rotacional de un gradiente. Divergencia de un rotacional. Geometría de la divergencia. Cálculo diferencial vectorial. Identidades comunes en el análisis vectorial. Ejemplos. Gradiente, divergencia y rotacional en coordenadas cilíndricas.

#### UNIDAD 4 MAXIMOS Y MINIMOS.

Teorema de Taylor: demostración . Forma explícita del resto. Extremos de funciones con valores reales. Definición de máximo y mínimo local o relativo, punto crítico, punto silla. Utilización del Hessiano para determinar máximos o mínimos relativos. Máximo o mínimo absoluto. Teorema del máximo y del mínimo. Extremos restringidos. Teorema del multiplicador de Lagrange. Teorema de la función implícita. Teorema de la función inversa. Algunas aplicaciones.

#### UNIDAD 5. INTEGRALES DOBLES.

Introducción. Interpretación como volumen. Ejemplos. Integral doble sobre un rectángulo. Teoremas. Teoremas de Fubini. Integral doble sobre regiones más generales. Teoremas. Cambio en el orden de integración. Teorema del valor medio para integrales.

#### UNIDAD 6 INTEGRALES TRIPLES.

Integral triple. Definición y ejemplos. Geometría de las funciones de  $\mathbb{R}^2$  a  $\mathbb{R}^2$ . Teorema del cambio de variables. Cambio de variables para integrales dobles. Jacobiano. Aplicaciones de las integrales dobles y triples.

#### UNIDAD 7 INTEGRALES SOBRE TRAYECTORIAS Y SUPERFICIES.

La integral de trayectoria. Definición y ejemplos. Integral de línea. Definición y ejemplos. Teoremas sobre reparametrización. Curva simple, cerrada. Superficies parametrizadas. Definición, ejemplos. Plano tangente a superficies parametrizadas. Área de una superficie. Definición, ejemplos. Integrales de funciones escalares sobre superficies. Integrales de superficie de funciones vectoriales. Definición. Superficies orientadas. Teorema.

#### UNIDAD 8 TEOREMAS INTEGRALES DEL ANALISIS VECTORIAL.

Nota histórica. Teorema de Green. Forma vectorial del teorema de Green. Teorema de la divergencia en el plano. Teorema de Stokes. Teorema de Stokes para gráficas. Teorema de Stokes para superficies parametrizadas. Campos conservativos. Teorema. Teorema de Gauss. Teorema de la divergencia de Gauss. Aplicaciones.

## UNIDAD 9.

### FUNCIONES COMPLEJAS.

Funciones de una variable compleja. Límites y continuidad. Derivadas. Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Condiciones de suficiencia. Función analítica y armónica. Función exponencial, trigonométrica, hiperbólica. Función inversa.

### **ESTRATEGIAS METODOLOGICAS:**

Atendiendo que la didáctica de la matemática se apoya sobre una concepción constructivista del aprendizaje, y de acuerdo con la teoría del equilibrio de Piaget: “los conocimientos pasa de un estado de equilibrio a otro por medio de períodos transitorios, en los cuales los conocimientos anteriores fallan. Si se transpone ese momento de desequilibrio, sobreviene una reorganización de los conocimientos durante la cual el nuevo saber se integra al ya existente” .

El trabajo del docente consiste en desequilibrar al alumno para que alcance un nivel de equilibrio superior.

El docente debe esforzarse por resolver una paradoja fundamental: el saber no se transmite por medio de la palabra, sin embargo el alumno no puede recrear todo solo. El docente tiene que indicarle lo que tiene que saber, sin decírselo realmente, porque si lo hace, corre el riesgo de impedir la adquisición del saber.

Para resolver, esta paradoja, la enseñanza debe pasar por varias etapas, que se componen, cada una, de situaciones didácticas específicas, de acuerdo con los obstáculos a sortear, los desequilibrios a provocar, la explicitaciones a adquirir.

Para lograr esta construcción el aprendizaje se tendrá en cuenta:

- el nivel de desarrollo del alumno,
- los conocimientos previos del alumno,
- procurar que los alumnos realicen aprendizajes significativos,
- procurar que los alumnos logren modificar sus esquemas de conocimiento,
- establecer relaciones ricas entre el nuevo conocimiento y los conocimientos ya existentes.

### **ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE.**

Se harán en el marco de la resolución de problemas y de tratamiento de la información:

- 1) La presentación de cada unidad didáctica se hará por medio de una batería de problemas, algunos de los cuales pueden ser resueltos con cierta facilidad y los otros plantearán la necesidad de desarrollar los contenidos de la unidad.
- 2) Se utilizarán mapas conceptuales y guías de trabajos prácticos
- 3) Se utilizarán programas de computador tales como MATHLAB, MATHEMATICA, CABRI II.
- 3) Se analizarán demostraciones de texto y/o hechas en clase.

### **REGIMEN DE REGULARIZACION**

De acuerdo a la categoría de alumno:

Regular presencial:

Asistencia de por lo menos un 75% de las clases dictadas. Presentación en tiempo y forma y aprobar el 70% de los trabajos prácticos.

### Regular semipresencial:

Asistencia de por lo menos un 40% de las clases dictadas. Presentación en tiempo y forma y aprobar el 100% de los trabajos prácticos. Aprobar la evaluación parcial o su recuperatorio.

### Libre:

Estar inscripto en la cátedra como alumno de la misma.

## **REGIMEN DE EVALUACION**

Para los alumnos con categoría regular:

La evaluación formativa, se realizará en clase y en los trabajos prácticos, en los cuales se indicará con claridad el tipo de error cometido y si se juzga necesario se puede solicitar sea nuevamente realizado.

Evaluación de promoción : a) Examen final: escrito, abordará contenidos conceptuales y procedimentales, se aprobará con un 60% si es alumno regular presencial ; un 70 % si es alumno regular semipresencial y un 80% si es alumno libre.

b) Los alumnos tengan el 100% de los prácticos aprobados, desempeño en clase muy bueno y por lo menos tres en el parcial, tendrán derecho a presentar un trabajo de investigación sobre algún tema de la asignatura , tema y forma debe consensuar con el Profesor.

## **CRONOGRAMA DEL CURSO**

De las 30 semanas del Calendario Académico, para el dictado del curso se planificará sobre una base de 27 semanas útiles.

Además, tomando un margen de 2 semanas por posibles eventualidades y/o clases de consultas, recuperatorios de evaluaciones parciales, etc, se estima disponer entonces de 25 semanas efectivas para desarrollar el programa. La distribución del tiempo será la siguiente:

Unidad Temática 1	.....Semanas 1 y 2	.....Total: 2 semanas ( 12 horas)
Unidad Temática 2	.....Semanas 3, 4 y 5	.....Total: 3 semanas ( 18 horas)
Unidad Temática 3	.....Semanas 6 y 7	.....Total: 2 semanas ( 12 horas)
Unidad Temática 4	.....Semanas 8, 9,.....	.....Total: 2 semanas ( 12 horas)
Unidad Temática 5	.....Semanas 10,11.....	.....Total: 2 semanas ( 12 horas)
Unidad Temática 6	.....Semanas 12,13,14.....	.....Total: 3 semanas ( 18 horas)
Unidad Temática 7	.....Semanas 15,16,17,18.....	.....Total: 4 semanas ( 24 horas)
Unidad Temática 8	.....Semanas ,19,20,21.....	.....Total: 3 semanas ( 18 horas)
unidad Temática 9	... Semanas 22,23,24.....	.....Total: 3 semanas (18 horas)

## **BIBLIOGRAFÍA:**

- Mardsen y Tromba -CALCULO DE VARIAS VARIABLES- tercera edición. Addison-Wesley Iberoamericana.
- Tom M Apóstol. I y II –CALCULUS- Segunda Edición. Editorial Reverté S.A.
- Edwards y Penney –CALCULO CON GEOMETRIA ANALÍTICA- Prentice hall. Cuarta edición.
- James Steward- Cálculo Multivariable- Editorial Thomson – Learning . Cuarta edición.

- Earl Swokowski -CALCULO CON GEOMETRIA ANALÍTICA- Segunda Edición. Grupo Editorial Iberoamericana.
- Thomas / Finney -CALCULO CON GEOMETRIA ANALÍTICA- Sexta Edición. Addison-Wesley iberoamericana.
- Larson , Hostetler y Edwards -CALCULO Y GEOMETRIA ANALÍTICA- Quinta Edición.
- Murria Spiegel -CALCULO SUPERIOR- Serie de compendios Schaum. Libros de Mc-Graw Hill.
- Rey Pastor, Calleja y Trejo. -ANALISIS MATEMÁTICO- Editorial Kapelusz.
- Williamson, Crowell, Trotter -CALCULO DE FUNCIONES VECTORIALES- Editorial Prentice/Hill Internacional.
- Churchill y Brown -VARIABLE COMPLEJA Y APLICACIONES- Mc Graw Hill. Cuarta Edición.
- Polya y Latta -VARIABLE COMPLEJA- Editorial Limusa.
- Sokolnikoff y Sokolnikoff -MATEMATICA SUPERIOR PARA INGENIEROS Y FISICOS.. Librería y Editorial Nigar S.R.L.

#### EN INTERNET

[http://www.geocities.com/matematica\\_y\\_fisica/Clase04.doc](http://www.geocities.com/matematica_y_fisica/Clase04.doc)

Problemas resueltos de distintos capítulos del programa.  
UNR. Ingeniería. Matemática II-Prof. Alberto Miyara.

[http://www.geocities.com/matematica\\_y\\_fisica/problemas.html](http://www.geocities.com/matematica_y_fisica/problemas.html)

Ejercicios resueltos-Facu Ing U.N. Entre Rios-

<http://ares.unimet.edu.ve/matematica/fbmi04/index2.htm>

Entre otros temas buen desarrollo en PPT de la geometría de las cuádricas

<http://www.ehu.es/~mtpalezp/mundo/ana2.html>

Teoría y práctica para la primera mitad del programa.

Profesor Roberto Villamayor